

## I Predavanje

Podjela geodezije na naučni i praktični dio. Oblasti geodezije. Istorijski razvoj. Oblik i dimenzije planete Zemlje. Topografska podloga, osnovne osobine, način izrade i korišćenja. Geografske koordinate i uglovne jedinice. Projekciona ravan i vrste projekcija.

### 1.1 Podjela geodezije na naučni i praktični dio

Naziv "geodezija" potiče od složenice grčkih riječi „geo“ što znači „zemlja“ i „dezi“ što znači „dijeliti“ odnosno „mjeriti“, pa se i danas geodezija povezuje sa poslovima vezanim za mjerenje i diobu nepokretnosti kao i katastrom, odnosno evidencijama o tom mjerenju i vlasništvu.

Geodezija podrazumijeva mjerenja na terenu i obradu izmjerenih veličina u cilju izrade umanjenog prikaza dijela ili cijele Zemljine površine. Umanjeni prikaz nazivamo plan ili karta određenog područja. Prikupljeni podaci omogućavaju da svi objekti na površi zemlje, ispod nje kao i u vazduhu, koji čine sadržinu plana ili karte, zadrže svoj oblik i međusobni položaj. Planovi i karte izrađuju se na osnovu podataka prikupljenih na terenu različitim geodetskim instrumentima i različitim metodama rada. U geodeziji se uglavnom mjere uglovne i linearne veličine. Njihovom obradom dolazi se do različitih podataka, kao što su pravougle koordinate i nadmorske visine karakterističnih tačaka reljefa i objekata.

Geodezija nalazi primjenu u mnogim oblastima a najviše u sledećim:

- Kartografija;
- Građevinarstvo;
- Vodoprivreda;
- Poljoprivreda;
- Izrada i realizacija inženjerskih projekata;
- Informacioni sistemi – katastar, GIS.
- ....

Geodezija se dijeli na višu geodeziju i nižu geodeziju. Viša geodezija predstavlja njen naučni dio. Neke od oblasti proučavanja ovog dijela geodezije su: određivanje oblika i dimenzija planete Zemlje, proučavanje njenog gravitacionog polja, razvijanje geodetskih mreža, računanja na zakrivljenoj površini itd.

Niža geodezija predstavlja njen praktični dio. Zadatak praktične geodezije u građevinarstvu sastoji se iz nekoliko osnovnih djelova. U jednom dijelu, geodezija izrađuje projekcije Zemljine površi i objekata na projekcionu ravan a u drugom dijelu, da sa projekta koji je prikazan na toj podlozi, pomoću koordinata prenese, odnosno u prirodi locira taj objekat. Osim toga potrebno je da se tokom izgradnje prati izvođenje geometrije objekta i da se kontroliše stabilnost objekta tokom njegove eksploatacije.

## 1.2 Oblasti geodezije

Oblasti koje se proučavaju u okviru geodezije su:

- Geodetska metrologija;
- Fizička geodezija;
- Geodetska kartografija;
- Fotogrametrija;
- Daljinska detekcija;
- Inženjerska geodezija;
- Geodetski premjer;
- Katastar;
- ....

**Metrologija** je nauka o mjerenjima. Obuhvata sve teorijske i praktične aspekte mjerenja nezavisno od oblasti u kojoj se koriste.

Glavni zadaci metrologije su:

- Definisane mjernih jedinica;
- Realizacija mjernih jedinica naučnim metodama;
- Definisane postupaka u cilju dokumentovanja tačnosti mjerenja.

**Fizička geodezija** obuhvata:

1. Geodetsku astronomiju;
2. Satelitsku geodeziju;
3. Zemljino gravitaciono polje;

**Geodetska astronomija** se bavi određivanjem astronomskih (prirodnih) koordinata tačaka na Zemlji (astronomske širine, dužine i astronomskog azimuta) iz opažanja nebeskih tijela (zvijezda i Sunca).

**Satelitska geodezija** se bavi proučavanjem koncepta i komponenti GNSS (GPS) sistema, sve u cilju pozicioniranja u okviru unaprijed definisanog referentnog sistema WGS84.

**Zemljino gravitaciono polje** se proučava kroz strukturu tijela Zemlje, vremenske deformacije i atmosferu Zemlje u cilju definisanja referentnih površi pozicioniranja.

**Kartografija** je disciplina koja se bavi koncepcijom, izradom, širenjem i proučavanjem karata.

Karta je kodirana slika geografske stvarnosti, koja prikazuje odabrane objekte ili svojstva, rezultat je kreativnosti i izbora autora, a oblikovana je za upotrebu i prema prostornim odnosima od najveće važnosti.

**Geodetska kartografija** se bavi kartografskim projekcijama, njihovoj matematičkoj osnovi, jednačinama, svojstvima i deformacionim karakteristikama.

**Fotogrametrija** je beskontaktna metoda rekonstrukcije položaja, oblika i veličine objekata na osnovu avio ili terestričkih snimaka. Osnovni proizvod predstavlja orto-foto plan (geokodirana rasterska fotografija u analognom ili digitalnom formatu). Ova metoda zbog sveobuhvatnosti njene primjene u građevinarstvu biće detaljnije objašnjena u nekom od narednih predavanja.

**Daljinska detekcija** se definiše kao nauka i tehnika pomoću koje mogu biti identifikovane i analizirane karakteristike objekta na osnovu satelitskog snimka, bez direktnog kontakta.

**Inženjerska geodezija** podrazumijeva obilježavanje projektovanog objekta na terenu, kontrolu kvaliteta geometrije konstruktivnih elemenata (linijski, površinski, prostorni i dinamički), kontrolu kvaliteta objekta u toku građenja i eksploatacije, kao i geodetsko osmatranje objekta. Inženjerska geodezija, kao posebna grana geodezije u cjelini, tijesno surađuje sa drugim inženjersko-tehničkim strukama, prevashodno sa građevinarstvom i arhitekturom, ali i sa rudarstvom, mašinstvom itd. Ona je nezaobilazna prilikom izgradnje objekata jer su geodeti ti koji projekat „prenose“ na teren, tj. obilježavaju karakteristične tačke budućeg objekta na terenu i prate realizaciju istog što će biti detaljnije objašnjeno u narednim predavanjima. Inženjerska geodezija se bavi i praćenjem deformacija objekata nastalih tokom vremena (održavanje i eksploatacija).

**Geodetski premjer** se definiše kao tehnička disciplina koja se bavi određivanjem položaja prirodnih i vještačkih oblika i objekata na ili ispod Zemljine površi, pomoću geodetskih metoda merenja.

Pomenuti oblici i objekti mogu biti predstavljeni u dvije (2D) ili tri dimenzije (3D), u zavisnosti od konkretnih potreba. Oni mogu biti prikazani u analognom obliku (na kartama i planovima na papiru) ili u digitalnom obliku (trodimenzionalnim matematičkim modelima pogodnim za kompjutersku obradu i vizuelizaciju, uopšte crtežima u npr. AutoCAD-ovom .dwg formatu).

Kako se radi o poslu koji se vrši na cjelukupnoj državnoj teritoriji i koji je organizovan i vođen od strane države, često je u upotrebi i termin državni premjer, i skoro uvek je uređen Zakonom o državnom premjeru i katastru nepokretnosti.

**Katastar nepokretnosti** je javna knjiga (registar nepokretnosti) koja predstavlja osnovnu evidenciju o nepokretnostima i pravima na njima. Katastar vodova je posebna službena evidencija. Ova oblast će zbog njene važnosti biti posebno opisana u jednom od narednih predavanja.

### 1.3 Istorijski razvoj

Geodezija je stara nauka, koja je nastala u najstarije doba ljudske civilizacije, kada je postojala neka vrsta premjeravanja zemljišta i objekata. O tome ne postoje pisani dokumenti, ali ostaci nekih građevina, kao što su kanali za navodnjavanje u Mesopotamiji, nedvosmisleno upućuju na činjenicu da su dimenzionisani i izvođeni pomoću mjerenja i premjeravanja.

Činjenica je da su temeljni oslonci piramide kod Gize, jedne od najvećih piramida u Egiptu, koja ima obim temelja oko 900 m, nivelisani sa odstupanjem od horizontale za samo 12 mm. Ovo upućuje na postojanje preciznih instrumenata za nivelisanje, koji su upotrebljavani kod izgradnje piramide.

Pa ipak, geodezija odnosno njen dio koji se odnosi na premjeravanje, najprije je upotrijebljena za uspostavljanje granica posjeda na parcelama koje su korišćene u zemljoradnji a nalazile se na obalama rijeke Nil. Ova rijeka je te parcele jednom u godini plavila i muljem zatrpavala postojeće granice posjeda, koje su specijalno obučeni sveštenici, poslije poplave ponovo uspostavljali na prethodno stanje. O ovome već postoje pisani dokazi (Slika 1), pa se može reći da je geodezija tada počela da se koristi u evidenciji vlasništva, kao u današnjem katastru. Na Slici 2. prikazane su oznake visina Nila u faraonskom Egiptu. Lako je uočljiva sličnost sa modernim obilježavanjem.



Slika 1. Faraonovi geometri na terenu



Slika 2. Oznake visina rijeke Nil u faraonskom Egiptu

Najvjerojatnije da je postojala uzročna veza između potrebe za pronalaženjem metode ponovnog uspostavljanja granica vlasništva i razvoja geometrije i da su je Egipćani razvijali i izučavali u posebnim školama za svještenike, koji su bili preteče današnjih geodeta.

Nakon toga i vladari Mesopotamije su koristili usluge geometara. Vladar koji bi dao zemlju svojim vazalima kao zaslugu u ratovima davao im je za to i propisana obilježja tj. kuduru međnike. Kameni originali su ostavljani u hramu a kopije od keramike su postavljane na granicama imanja.

Grci su preko Feničana i Haldejaca upoznali i unaprijedili naučna dostignuća Egipćana, posebno vještinu u konstruisanju i izradi planova i karata. Stari Grci su vodili evidenciju o zemljištu na čempresovim daščicama.

Grk Heron od Aleksandrije (oko 100. godine p.n.e.) prikupio je sva pravila po kojima su egipatski mjerači zemlje radili na terenu, a koja su kao "tajna" prenošene sa oca na sina. Heron je na osnovu prikupljenih podataka sastavio prvi udžbenik praktične geometrije (zemljomjerstva) nazvan "dioptra".

Rimska država je u VI vijeku p. n. e. (za vreme Servija Tulija) imala uveden porez na zemljište, čiju je osnovicu činio "servus" utvrđen na osnovu površine, načina korišćenja i prihoda od zemljišta.

Sloveni su vrlo mnogo naučili od Rimljana. Naselivši ove krajeve, oni su zatekli gradove, zanatsku tehniku u njima i druga tehnička dostignuća, koja su im Rimljani ostavili, a oni koristili. Sloveni su tako naslijedili i produžili instituciju katastra sa ostalom administracijom državne uprave.

Mnoge evropske države, već u XII vijeku formiraju katastar, koji se može smatrati pretečom savremenog katastra nepokretnosti.

Zahvaljujući Dekartu (XVII vijek) i njegovom pravouglom koordinatnom sistemu, počele su se koristiti koordinate tačaka kao pogodno sredstvo za opis i grafički prikaz svake prostorne forme.

Razvojem optike i instrumenata za precizno mjerenje uglova i dužina, ovaj način je postao osnova premjera a lokacije tačaka su prikazivane poznatim pravouglim koordinatama. Na taj način došlo se do objektivnog zapisa o položaju svakog dijela imovine pojedinca i to ne samo u odnosu na graničare već i u odnosu na kompletno okruženje u jednoj državi.

Pored toga, ovakav način omogućio je da se podaci premjera koriste u mnoge druge svrhe, prije svega u projektovanju građevinskih objekata, kod urbanizma za uređenje naselja, u kartografiji za izradu preciznih geografskih karata i na mnogim drugim poljima ljudske djelatnosti.

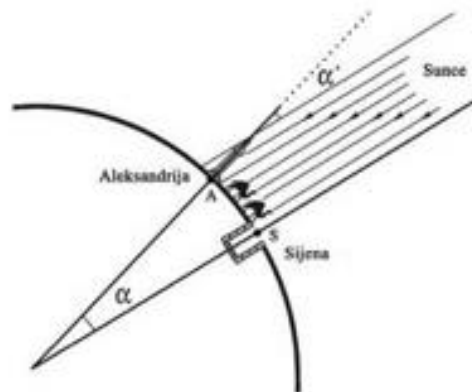
## 1.4 Oblik i dimenzije planete Zemlje

Teorije oblika Zemlje:

- Zemlja kao ravna ploča - (do IV v.p.n.e.);
- Zemlja kao sfera - (od IV v. p.n.e – XVII v.n.e);
- Zemlja kao elipsoid - (XVII v. – XIX v.);
- Zemlja kao geoid - (XIX v. - ...).

Do Pitagore smatralo se da je Zemlja ploča okružena morima i okeanima. U IV vijeku p.n.e. Pitagora je došao do zaključka da je Zemlja zakrivljena posmatrajući brodove koji su isplovljavali na pučinu što je kasnije potvrdio i Aristotel.

Eratosten (276-195 p.n.e.) je odredio približnu veličinu Zemlje. Proučavajući spise u Velikoj Aleksandriskoj biblioteci, Eratosten je naišao na neobičan podatak. Naime, u jednom spisu je stajalo da u podne u Sieni (danas Asuan) u vrijeme ljetnje ravnodnevice u bunaru nema sjenke. Provjerio je situaciju u bunaru u Aleksandriji u vrijeme ravnodnevice i vidjeo da sjenka ipak postoji (Slika 3). To ga je zaintrigiralo i otišao je na put u Sijenu da provjeri vjerodostojnost podatka. Tamo se uvjerio da je podatak iz spisa tačan, u bunaru zaista nije bilo senke. Pošao je od pretpostavke da je Sunce toliko daleko od Zemlje, da se zraci svjetlosti mogu smatrati paralelnim. Razmislivši o toj čudnoj pojavi, došao je do zaključka da bunari u Aleksandriji i Sieni ne leže pod istim uglom. Bacio se na posao da izračuna koliki je taj ugao. Za to se poslužio matematikom i sjenkama sa vertikalno pobodenog štapa.



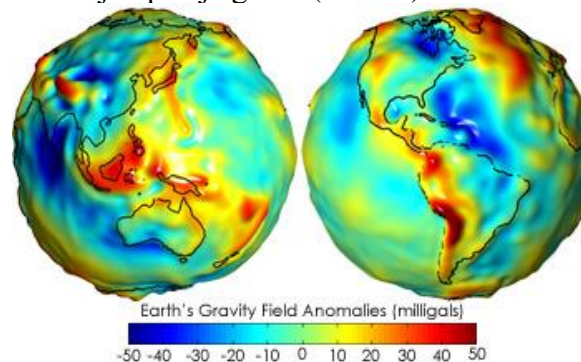
Slika 3. Ilustracija Eratostenovog računanja obima Zemlje

Izračunao je da je ugao sjenke vertikalno pobodenog štapa u Aleksandriji  $7^{\circ} 12'$ . Jednostavnim računom je izračunao da je to pedeseti dio punog kruga ( $360^{\circ} = 21600'$ ):  $21600/432 = 50$ . Dakle, rastojanje od Siene do Aleksandrije je ujedno pedeseti dio obima Zemlje. Sada mu je trebalo još jedino rastojanje između ta dva grada. Po predanju, u tome mu je pomogla kamila. Naime, kamila ima veoma ujednačen korak. Brojanjem koraka kamile na putu od Aleksandrije do Siene mogao je da izračuna daljinu između gradova. Prema drugim izvorima, daljinu je izračunao na osnovu vremena koje je potrebno kamili da pređe razdaljinu između tih gradova. U svakom slučaju daljina koju je izračunao bila je 5000 stadija. Na osnovu toga, izračunao je koje rastojanje zahvata  $1^{\circ}$ :  $5000 \text{ stadija} / 432' \times 60' = 694,4 \text{ stadija}$ . Tu brojku je zaokružio na 700 stadija. Dakle, obim Zemlje bio bi:  $700 \text{ stadija} / ^{\circ} \times 360^{\circ} = 252000 \text{ stadija}$ . Veličina stadija je bila oko 157,5 m. Dakle prevedeno u današnje mere, rezultat koji je dobio bio je:  $0,1575 \text{ km/stadij} \times 252000 \text{ stadija} = 39690 \text{ km}$ . Po savremenim mjerenjima obim Zemlje po meridijanu je: 40009,153 km. Eratostenov proračun se razlikuje od savremenog za svega 0,8%. Uzimajući u obzir nepreciznost mjerenja u Eratostenovo vreme, ova greška je potpuno zanemarljiva.

Do XVII vijeka se smatralo da je Zemlja oblika lopte. Tada je Njutn prvi konstatovao, koristeći teoriju o privlačnosti tijela, da je Zemlja oblika obrtnog elipsoida.

Mjerenja dužine jednog stepena meridijana u Laplandiji i Peruu, koja je sprovela Francuska akademija nauka potvrdile su Njutnovu teoriju.

Prvim približenjem obliku Zemlje smatra se sfera, drugim rotacioni elipsoid, dok stvarni oblik Zemlje najpribližnije opisuje geoid (Slika 4).



Slika 4. Trodimenzionalni model geoida

Ekvipotencijalna površ teže koja najbolje aproksimira srednji nivo mora za cijelu Zemlju zove se geoid. Gauss je definisao geoid kao matematički oblik Zemlje i kao takav on predstavlja ključnu površ u geodeziji, sa naročito važnom ulogom u pozicioniranju.

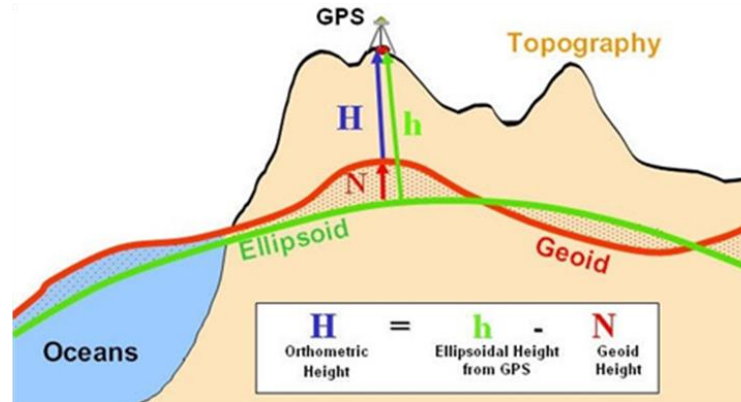
Kako je geoid nepravilna figura, on ne može da se izrazi analitički. To znači da se geoid ne može koristiti za rješavanje raznih geodetskih zadataka. Bez obzira na to, geoid ima veliki naučni i praktični značaj. U odnosu na geoid određuju se apsolutne visine tačaka fizičke površi Zemlje, a pošto se geoid poklapa sa mirnom površi vode okeana, visine nad geoidom obično se nazivaju nadmorske (ortometrijske) visine.

Opazanja su pokazala da se geoid može aproksimirati sa približenjem od nekoliko desetina metara i dvoosnim geocentričnim elipsoidom čija se mala osa poklapa sa Zemljinom glavnom polarnom osom inercije. Zbog toga je sasvim prirodna upotreba koncepta sličnog onom za normalnu težu, tj. usvajanje analitički definisanog normalnog

"Zemljinog tela" u obliku geocentričnog dvoosnog elipsoida koji najbolje aproksimira Zemlju, i kojeg neki autori nazivaju srednjim Zemljinim elipsoidom.

Nepoklapanje površi geoida i referentnog elipsoida, takozvane undulacije geoida (N) mogu se kretati u opsegu od +75 m (područje Nove Gvineje) do -104 m (jug Indije). Ortometrijske visine (H) ili kako ih nazivamo „nadmorske visine“, koje se koriste u praksi, mogu se dobiti (Slika 5) po formuli:

$$H = h - N$$



Slika 5. Odnos između geodetske i ortometrijske (nadmorske) visine

U ovom kursu geodezije, posebna pažnja će biti posvećena metodama i postupcima koje se koriste u praktičnoj geodeziji za razna mjerenja uglova, dužina, visinskih razlika u cilju dobijanja projekcija Zemljine površi i objekata na projekcionu ravan u cilju projektovanja i izgradnje građevinskih objekata.

Da se podsjetimo nekih predrasuda, koje nijesu utemeljene u realnom svijetu, jer ih rijetko provjeravamo na kvalitetan i korektan način.

Ako bi, bilo kojeg pismenog čovjeka pitali da li zna da izmjeri neko rastojanje u prostoru, bez razmišljanja bi odgovorio potvrdno. Ali ako bi ga pitali, da li zna sa kojom tačnošću je to uradio, veoma mali broj bi odgovorio potvrdno.

Najveći broj tehnički pismenijih ljudi, među kojima se nalaze inženjeri raznih struka, rekao bi da tačnost izmjenog rastojanja, zavisi od pribora sa kojim se to rastojanje mjeri, što je donekle tačno. Ali je isto tako tačno, da bi mali broj od njih znao da na pravi način upotrijebi taj pribor i da kaže sa kojom je tačnošću to rastojanje izmjereno, odnosno sa kolikom greškom je opterećeno to mjerenje.

Kad je pomenut pribor za mjerenje dužina, treba se podsjetiti činjenice, da je samo prije 140 godina, u Crnoj Gori za mjerenje rastojanja korišćen metalni lanac, sa kojim je rastojanje od samo 30 m bilo teško izmjeriti sa tačnošću većom od 1 metra. Da ne govorimo o rastojanjima koja su bila višestruko duža. Zahvaljući brzom napretku tehnike, danas imamo instrumente sa kojima je rastojanje od više stotina metara moguće izmjeriti sa tačnošću od 2-3 mm.

Da se podsjetimo, do skoro je prilikom izrade crteža na papiru, sa ovom tačnošću bilo dosta teško razmjernikom izmjeriti malo veću duž od dužine razmjernika, a sada se to radi u prirodi, često pod nepovoljnim vremenskim uslovima i na vrlo neravnom terenu sa velikim visinskim razlikama. Međutim, nije dovoljno samo imati takav instrumenat, mora se znati i još mnogo činjenica, odnosno metoda mjerenja i izravnjanja mjerenja, da

bi se ta duž mogla koristiti za izradu podloga za projektovanje i izgradnju objekata ili za izradu geodetskih podloga.

Posebno je pitanje poimanja pouzdanosti rezultata neke izmjerene dužine, jer ocjena tačnosti mjerenja može biti lažna, ako je pribor kojim se mjeri nepravilno korišćen ili ako rezultat mjerenja nije korigovan sa popravkama koje su neminovne kad se mjere duža rastojanja, kao što su popravke za korekciju atmosferskih uticaja, ili zakrivljenosti Zemljine površi i još niz popravki koje prate ovakva mjerenja.

Pored toga, tačnost jednog mjerenja, može samo da se pretpostavi na osnovu sličnih uslova koji su važili za slična mjerenja. Pravilan način ocjene tačnosti nekog mjerenja izvodi se iz više mjerenja ta iste veličine, što se u praksi kod masovnih mjerenja, po pravilu nikad ne radi, tako da je ocjena tačnosti pojedinačnog mjerenja, relativna i ne mora biti vjerodostojna.

### 1.5 Topografska podloga, osnovne osobine, način izrade i korišćenja

Topografska podloga je grafički prikaz nekog dijela Zemljine površi, koji je proporcionalno umanjen i ortogonalno projektovan na horizontalnu ravan na kojoj su utvrđenim znacima prikazani važni prirodni i vještački objekti.

Poznata je činjenica, da se kod savremenog projektovanja objekata, njihova lokacija i raspored određuju u projekcionoj ravni, koja se materijalizuje na papiru ili ekranu kompjutera na kojima je Zemljina površ i objekti iscrtani u nekoj razmjeri i orjentisani u prostoru prema unaprijed poznatim pravilima. U daljem izlaganju takva prestava Zemljine površi i objekata biće označavana pojmom „topografska“ odnosno „geodetska podloga“.

Topografska podloga u građevinarstvu služi kod projektovanja i izrade građevinskih objekata. Pomoću nje građevinski i inženjeri drugih struka u potpunosti imaju informacije o postojećem stanju u prostoru, rasporedu objekata i konfiguraciji terena, da bi se mogli projektovati novi objekti a zatim, da bi tako projektovane objekte mogli locirati na terenu. Zbog toga topografska podloga mora biti potpuno orijentisana u prostoru i izrađena u razmjeri sa postojećim objektima i stanjem u prostoru.

Da bi se dobila topografska podloga, koristi se ortogonalna projekcija karakterističnih tačaka zemljine površi i objekata na projekcionu ravan koja mora biti potpuno orijentisana u prostoru i jedinstvena za ukupan prostor Crne Gore. Zbog toga je u prvom redu neophodno izabrati takvu projekcionu ravan, a zatim odrediti prodor projekcionih zraka kroz projekcionu ravan, koji se određuje pomoću pravougljih koordinata tačke prodora.

Za izradu topografske podloge, geodezija koristi nekoliko metoda i postupaka, koji će u ovom kursu biti izloženi na jednostavan način koji će biti lako razumljiv, sve u cilju lakšeg poimanja načina njene izrade i korišćenja.

Budući da će se slušaoci ovoga predmeta u praksi nalaziti u različitim ulogama od investitora, projektanta, rukovodioca gradilišta ili nadzornog inženjera, svima će biti potrebno da znaju tehnološki postupak dobijanja topografske podloge. Ukoliko se nađu u poziciji investitora odnosno naručioca posla, ovo će im pomoći u procjeni njene cijene. Projektanti će moći napisati projektni zadatak u kome će iskazati posebne zahtjeve koje topografska podloga treba da sadrži, kako bi mogli na njoj projektovati objekte ili da bi



kao rukovodioci gradilišta mogli da obezbijede kvalitetno praćenje izvođenja geometrije objekta, ili da bi kao nadzorni inženjeri mogli kontrolisati položaj i pojedine detalje objekta u izgradnji i kasnijoj eksploataciji.

Zato će u ovom predavanju, prvenstveno biti objašnjeni neki osnovni pojmovi, koji su vezani za razumijevanje tehnološkog postupka izrade geodetske podloge.

Prvo, da se podsjetimo šta znači pojam „razmjera“. Pod ovim pojmom se podrazumijeva odnos nekog rastojanja izmjenenog na geodetskoj podlozi sa tim istim rastojanjem mjenenim u prirodi. Razmjera se izražava količnikom jedinice i broja koliko puta je ta jedinica veća u prirodi nego na geodetskoj podlozi i piše se kao 1:M gdje je M imenilac razmjere i najčešće ima vrijednosti 500, 1000, 2500 i 5000. Tako imamo razmjere 1:500, 1: 1000, 1: 2500 i 1: 5000. Kod upoređenja razmjera često se postavlja pitanje koja je od dvije razmjere krupnija odnosno sitnija. Krupnija je ona razmjera koja ima manji broj u količniku (imeniocu razmjere). Tako je razmjera 1:500 krupnija od ostalih razmjera 1:1000, 1:2500 i 1:5000. Sitnija je razmjera 1:2500 od razmjere 1:1000 a krupnija od razmjere 1:5000. Planovi su prikazani u razmjerama 1:5000 i krupnije. Razmjere sitnije od razmjere 1:5000 kao na primjer razmjere 1:10000, 1:25000, 1:50000, 1:100000 i još sitnije koriste se za izradu geografskih i tematskih karata.

Konkretno, na primjer razmjera 1:1000 znači da će rastojanje između dvije tačke od 1 mm izmjereno na geodetskoj podlozi u prirodi iznosi 1000 mm odnosno 1 m. Ili da obrnemo, ako u prirodi izmjerimo rastojanje između dvije tačke i ono iznosi  $d = 7.20$  m onda će ono na geodetskoj podlozi u razmjeri 1:1000 to na planu biti  $7.20 \text{ m} : 1000 = 0.0072 \text{ m} = 7.2 \text{ mm}$ . Dakle, za pretvaranje dužina iz prirode na plan i obratno potrebno je odgovarajuću vrijednost podijeliti odnosno pomnožiti sa imeniocem razmjere.

Druga važna karakteristika geodetske podloge je njena orijentacija u prostoru. Da bismo razumjeli način orijentacije u prostoru, podsjetimo se nekih poznatih načina orijentacije.

Glavni način orijentacije, još od starih vremena u toku vedrih dana bio je položaj Sunca. Svima je dobro poznato da Sunce izlazi na istoku, da je u sredini dana na jugu i da uveče zalazi na zapadu. Tako se orijentacija u prostoru izvodila prema četiri strane svijeta: istok, zapad, sjever i jug. Noću se orijentisalo prema zvijezdama. Bilo je odavno poznato da se na primjer zvijezda sjevernjača, koja se u katalozima zvijezda vodi pod imenom „Urseminore polaris“, na našoj sjevernoj polulopti, nalazi iznad sjevernog pola, dok su neke druge zvijezde isto tako kao i sjevernjača na sjevernoj polulopti, na južnoj polulopti nalaze iznad južnog pola.

Hiparh (oko 190.-120. god. p.n.e.) je uveo seksagezimalnu podjelu kruga (podjela kruga na 360°), i time dao veliki doprinos trigonometriji u ravni, a dao je i više stavova za rješavanje sfernih trouglova. Smislio je način kako da praktično uspostavi odnos između strana i uglova svakog trougla u ravni, odnosno smislio rani primjer trigonometrijskih tablica za rješavanje trouglova. Za određivanje položaja tačaka na Zemljinoj površini uveo je pojmove geografske širine i dužine, a kao početni uveo meridijan Rodosa i dao metod za određivanje razlike geografskih dužina tačaka pomoću pomračenja. Hiparh je takođe izmislio astrolab, instrument koji je pomoću osmatranja zvijezda korišten za navigaciju. Astrolab i kompas bili su dva instrumenta kojima je i Kolumbo vršio navigaciju do nove zemlje a Magelan oplovio svijet. Princip rada je jednostavan. Srednjom pločom koja je fiksna vizira se linija horizonta tj. gdje se more spaja sa nebom. Zatim se gornjom polugom navizira položaj Sunca ili zvijezde. Po uglu koji zaklapaju te

dvije poluge zna se koliko je brod južno ili sjeverno. To znači što je ugao koji Sunce ili zvijezda zaklapa sa horizontom veći, toliko je brod južnije. Obrnuto je kad brod pređe na južnu poluloptu. Problem je bio odrediti koliko je brod istočno ili zapadno. Bilo je potrebno imati precizni časovnik jer se po vremenu izlaska i zalaska Sunca odredjivala geografska dužina. Greška sata od 10 min., kolika je bila u srednjem vijeku, značila je grešku istok-zapad od 242 km. Magelan je u prvom oplovljavanju svijeta koristio 18 staklenih satova sa pijeskom koje su okretali na svakih 4, 2, sat, pola sata i 15 min. Tek sredinom XVIII vijeka pojavili su se satovi sa oprugom-hronometri koji su davali tačnost bolju od 1 minuta. Na Slici 6 sa lijeva na desno su prikazani: Hiparh - pronalazač astrolaba u II vijeku, nautički astrolab iz XV vijeka i njegova upotreba. Pojava optičkih instrumenata teleskopa značajno je unaprijedila orijentaciju u prostoru, posebno veliki uticaj je imala u razvoju astronomije.

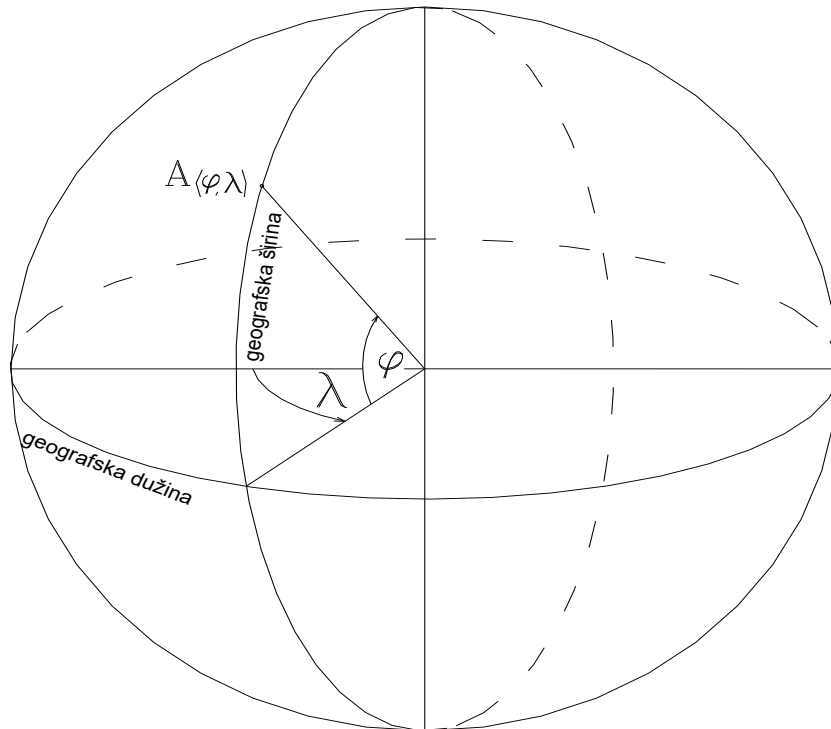


Slika 6. Prvi geodetski instrumenti;

## 1.6 Geografske koordinate i uglovne jedinice

Znajući da planeta Zemlja ima oblik lopte, mjereći vrijeme pješčanim a kasnije sa časovnicima sa klatnom i oprugom i mjereći uglove koje zaklapa horizontalna ravan sa osmatranim objektom, omogućeno je određivanje položaja svake tačke na Zemljinoj površi. Ovo je za posledicu imalo potrebu uspostavljanja jednog planetarnog koordinatnog sistema sa geografskim koordinatama. Osnova ovog sistema, koji se zove geografski koordinatni sistem su dvije ravni i to: ravan ekvatora kao horizontalna ravan i ravan nultog meridijana koji prolazi kroz opservatoriju u Griniču u Engleskoj.

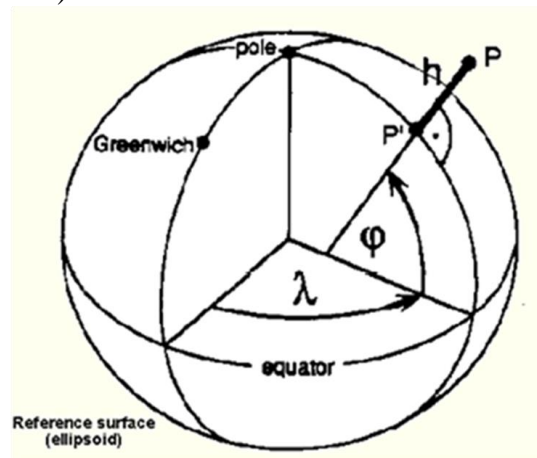
Geografska širina je ugaona udaljenost određene tačke od ekvatora ka polovima. Izražava se u stepenima, minutama i sekundama. Na ekvatoru iznosi  $0^\circ$ , a na polovima  $90^\circ$ . Geografska širina može biti sjeverna (označava se latiničkim slovom N, od engleske riječi *north*, što znači "sjever") i južna (označava se latiničkim slovom S, od engleske riječi *south*, što znači "jug"). Od ekvatora ka Sjevernom polu, geografska širina je sjeverna, sa vrijednostima od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ . Od ekvatora ka Južnom polu, geografska širina je južna, i ima vrijednosti takođe od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ .



Slika 7. Geografske koordinate

Geografska dužina je ugaona udaljenost određene tačke od početnog meridijana (Griniča) prema istoku (označava se latiničkim slovom E, od engleske riječi *east*, što znači “istok”), ili prema zapadu (označava se latiničkim slovom W, od engleske riječi *west*, što znači “zapad”). Izražava se u stepenima, minutama i sekundama, od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Početni (grinički) meridijan ima vrijednost od  $0^\circ$ . Prema istoku geografska dužina dostiže maksimalnu vrijednost od  $180^\circ$ . Isto tako i prema zapadu. Kad se sabere  $180^\circ$  prema istoku i  $180^\circ$  prema zapadu, dobija se  $360^\circ$ , a to je pun krug. Suprotno od griničkog, nalazi se 180. meridijan. Oni zajedno dijele Zemlju na istočnu i zapadnu poluloptu.

Na ovaj način je svaka tačka Zemljine površi određena sa geografskim koordinatama  $A(\varphi, \lambda)$  (Slika 7).



Slika 8. Geografski koordinatni sistem

Kao što se sa Slike 7 i Slike 8 može vidjeti, geografske koordinate nedvosmisleno određuju položaj svake tačke Zemljine površi i pomoću njih se može nedvosmisleno orjentisati u svakoj tački. Na geografskim kartama, podaci o geografskoj širini su upisani uz istočni i zapadni dio okvira karte, dok su podaci o geografskoj dužini upisani uz sjeverni i južni dio okvira karte. Kada se kaže da je položaj neke tačke na  $50^\circ$  N i  $30^\circ$  E, to znači da ta tačka ima sjevernu geografsku širinu od 50 stepeni (nalazi se sjeverno od ekvatora, na sjevernoj polulopti) i istočnu geografsku dužinu od 30 stepeni (nalazi se istočno od griničkog meridijana, na istočnoj polulopti). Tačne geografske koordinate neophodne su za pomorski i avionski saobraćaj. Danas se veoma brzo i precizno mogu odrediti geografske koordinate, uz pomoć savremenih uređaja koji dobijaju podatke od satelita.

Kad je već riječ o geografskim koordinatama koje su u stvari uglovi, neophodno je ukratko se podsjetiti definicije ugla i mjernih jedinica za uglove.

Ugao je dio ravni, koje zaklapaju dvije prave, koje se sijeku u tjemenu ugla. Osnovna sprava sa kojom se mjeri ugao je uglomjer. U SI sistemu mjera, jedinica za merenje uglova je radijan. Radijan je centralni ugao kod koga je dužina luka jednaka poluprečniku kruga ( $l=R$ ). Dobija se kad se pun krug podijeli sa  $2\pi$  odnosno:  $360^\circ / (2 \times 3.141592654) = 360^\circ / 6.28318531 = 57^\circ,295779510$ .

Pi ili  $\pi$  je matematička konstanta, danas široko primjenjivana u matematici i fizici. Njena približna vrijednost je 3,14159, a definiše se kao odnos obima i prečnika kruga ili kao odnos površina kruga i kvadrata nad njegovim poluprečnikom. Pi je takođe poznato i kao Arhimedova konstanta ili Ludolfovo brojevi. Broj pi ima beskonačno mnogo decimala i u proračunima u geodeziji treba ga uzimati iz memorije u kalkulatorima. Dozvoljene jedinice su još stepen – seksagezimalna podjela (osnova broj 60) i gon – gradusni stepen ili gradus – centezimalna podjela (osnova broj 100). U geodetskoj praksi se kod uglovnih mjerenja i računanja široko koristi jedinica stepen ( $^\circ$ ). Cio krug čini  $360^\circ$ , tako da je prav ugao  $90^\circ$  (četvrtina punog kruga). Jedan stepen čini 60 uglovnih minuta ( $'$ ), dok jedan uglovni minut čini 60 uglovnih sekundi ( $''$ ). Iz prethodnog se može dobiti da jedan stepen čini 3600 uglovnih sekundi. Gradus je 400-ti dio punog kruga. Jedan gradus ima 100 gradusnih minuta ( $'$ ) a gradusna minuta 100 gradusnih sekundi ( $''$ ) tako da jedan gradus ima 10000 gradusnih sekundi.

Geografske koordinate ne sadrže podatak o nadmorskoj visini posmatrane tačke, što je veliki nedostatak kod izrade projekata. Pored toga, projektovanje se vrši u sistemu u kome se rastojanja i visine izražavaju u metarskom sistemu a geografske koordinate rastojanja izražavaju u uglovnim jedinicama pa je zbog toga geografski koordinatni sistem neupotrebljiv u projektovanju građevinskih objekata.

Zbog toga je trebalo pronaći način, da se Zemljina površ predstavi u nekoj projekciji koja za osnovnu mjernu jedinicu ima metarski sistem.

## 1.7 Projekciona ravan i vrste projekcija

Važan pojam koji je vezan za geodetsku podlogu je „projekcija“ odnosno „projekciona ravan“. Kako je već rečeno, topografska podloga je predstava dijela Zemljine površi na papiru ili na ekranu kompjutera. Dakle topografska podloga je slika

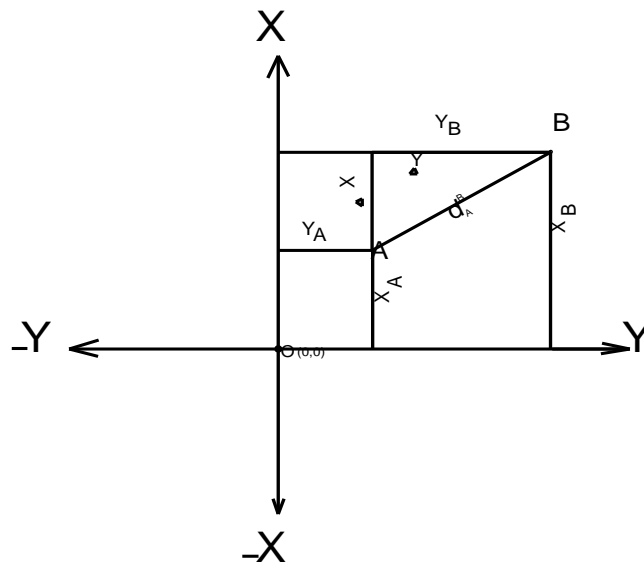
projekcije dijela Zemljine površi i objekata predstavljena na papiru, odnosno na ravnoj podlozi ili projekcionoj ravni.

Sadržaj sa Zemljine površine (zakrivljena površ) se prikazuje na planu ili karti (ravan). Pri preslikavanju sa zakrivljene površi u ravan, neizbježne su deformacije. Matematički odnosi putem kojih se sa Zemljine površi tačke preslikavaju u ravan karte nazivamo kartografskim projekcijama.

Pored izbora projekcione ravni, neophodno je projekcionu ravan orjentisati u prostoru, odnosno treba je vezati za neki koordinatni sistem koji će obezbijediti i orijentaciju ravni i odnose objekata koji su predstavljeni u toj ravni.

Najpodesniji koordinatni sistem za projektovanje objekata i izradu geodetskih podloga je Dekartov pravougli koordinatni sistem (Slika 9), koji koordinate tačaka u projekcionoj ravni prikazuje kao rastojanja u metrima, a visine tačaka brojem koji označava nadmorsku visinu upravnu na projekcionu ravan.

Uspostavljanje takvog koordinatnog sistema za predstavljanje Zemljine površi, vezano je za način projekcije Zemljine površi na projekcionu ravan.

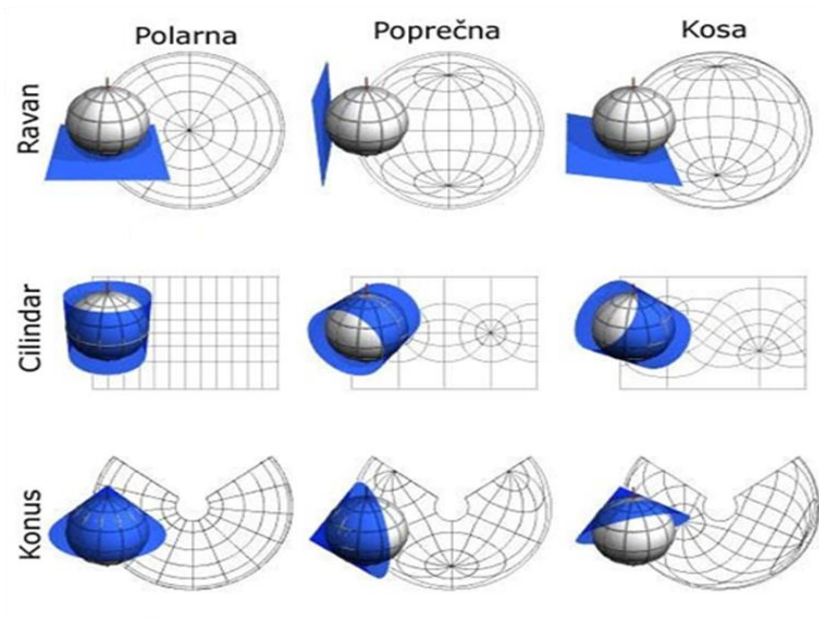


Slika 9. Dekartov pravougli koordinatni sistem u horizontalnoj ravni

Očigledno je, da bi dobili geodetsku podlogu, potrebno je Zemljinu površ preslikati na papir po pravilima neke projekcije imajući pri tome u vidu da je Zemljina površ koju preslikavamo, dio planete Zemlje, koja ima dosta nepravilan oblik. Za izradu geodetskih podloga, uzima se kao dovoljno tačno da planeta Zemlja ima oblik obrtnog elipsoida. Postoji više elipsoida koji se javljaju u geodeziji.

U Gaus Krigerovoj projekciji (o kojoj će kasnije biti riječi) koordinate tačaka se dobijaju projekcijom sjekućeg poprečnog cilindra na Bessel 1841. elipsoid, dok se koordinate mjerene GPS-om odnose na WGS84 elipsoid. Pored toga što se za Bessel 1841. elipsoid i WGS84 elipsoid razlikuju parametri (velikai poluosa, mala poluosa i spljoštenost), razlikuju se i koordinatni sistemi u koji su ova dva elipsoida smješteni. Dimenzije velike i male poluose za Besselov elipsoid približno su  $a = 6378 \text{ km}$  (od centra Zemlje po ekvatoru) i  $b = 6357 \text{ km}$  (od centra Zemlje do pola).

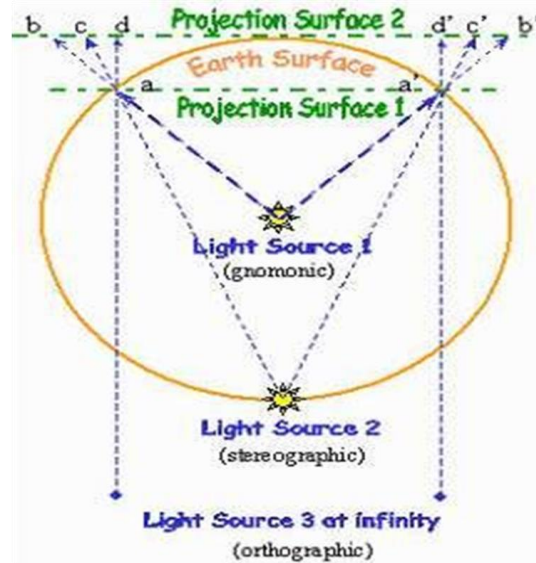
Prema vrsti i položaju projekcione površi projekcije se dijele na: ravanske, cilindrične i konusne (Slika 10).



Slika 10. Podjela projekcija po položaju projekcione površi

Prema položaju centra projekcije dijele se na (Slika 11):

- Gnomoničke (u centru Zemlje);
- Stereografske (na površini Zemlje);
- Spoljne (izvan Zemlje);
- Ortogonalne (u beskonačnosti).



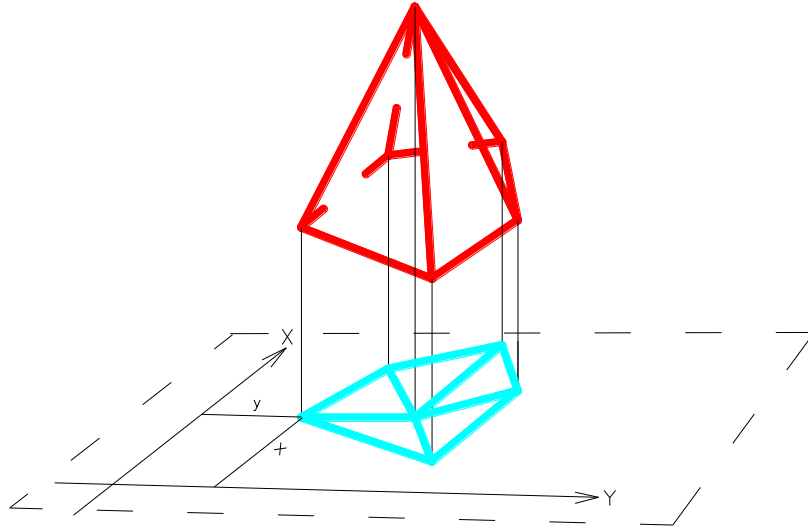
Slika 11. Podjela projekcija u odnosu na centar projekcije

Prema vrstama deformacija projekcije se dijele na:

- Komforne (zadržava se jednakost uglova);
- Ekvidistantne (zadržava se jednakost dužina po određenim pravcima);
- Ekvivalentne (zadržava se jednakost površina);
- Opšte.

Za izradu geodetske podloge važno poznavati osnovna pravila ortogonalne i centralne projekcije.

Ortogonalna projekcija je preslikavanje objekta na projekcionu ravan paralelnim zracima upravnim na tu ravan. Projekciona ravan kod ortogonalne projekcije je horizontalna ravan a zraci preslikavanja su vertikalne prave povučene od karakterističnih tačaka objekta do mjesta prodora kroz horizontalnu ravan, u kojima se nalaze ortogonalne projekcije tačaka objekta. Na Slici 12 je objekat iscrtan crvenom bojom, pravci projektovanja crnom bojom a ortogonalna projekcija objekta u horizontalnoj ravni koja se nalazi na mjestima prodora projekтивnih zraka kroz horizontalnu ravan, iscrtana je plavom bojom.



Slika 12. Ortogonalna projekcija objekta

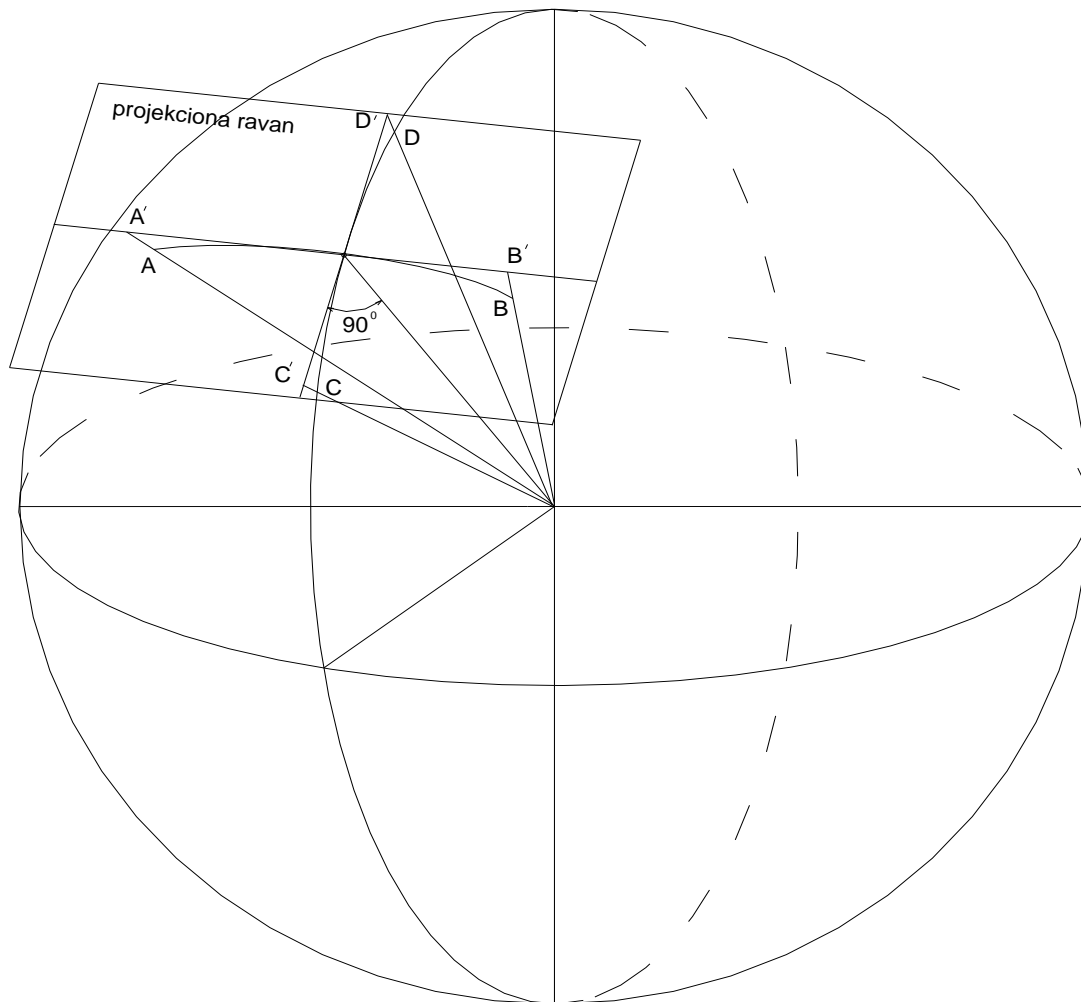
Mjesta prodora projekтивnih zraka kroz projekcionu ravan određuju se pomoću pravougljih koordinata koje su vezane za tu projekcionu ravan, zbog toga je neophodno da je projekciona ravan vezana za pravougli koordinatni sistem.

Ortogonalna projekcija je, kao što se moglo iz prethodnog izlaganja vidjeti, vrlo jednostavan način projekciranja objekta na horizontalnu ravan, pod uslovom da je projekciona ravan vezana za pravougli koordinatni sistem.

Tokom ovog izlaganja, za predstavljjanje Zemljine površi stalno se koristi pojam „projekciranje“ a ne projektovanje, zbog potrebe da se napravi razlika između ta dva pojma, jer pojam projektovanje u arhitekturi i građevinarstvu ima sasvim drugi smisao od projekciranja koje ovdje obrađujemo.

Kad je u pitanju projekciranje Zemljine površi na horizontalnu ravan, postupak se malo komplikuje. Zapravo radi se o načinu na koji bi trebalo postaviti horizontalnu ravan i na nju projekirati karakteristične tačke Zemljine površi koje u prirodi predstavljaju djelove lopte. Zbog toga se za ovo projekciranje koristi centralna projekcija, koja za centar projekcije ima centar planete Zemlje. Ona se za manje površi, zbog velikog udaljenja od centra (koje je kao što je rečeno jednako poluprečniku planete Zemlje  $R \approx 6378000$  m), poklapa sa ortogonalnom projekcijom, ali za veće površi značajnije odstupa, pa se postupak projekciranja malo komplikuje i rješava u kombinaciji sa podesnim izborom položaja projekcione ravni. Ali prije objašnjenja tog specijalnog

položaja projekcione ravni treba sagledati osnovne karakteristike centralne projekcije, koja je izabrana kao osnovna projekcija za izradu geodetskih podloga. Na Slici 13 je prikazan princip centralne projekcije u slučaju kad se na proizvoljno izabranu horizontalnu ravan iz centra planete Zemlje projektivnim zracima koji prolaze kroz karakteristične tačke Zemljine površi ona projektira na horizontalnu ravan. Glavni problem kod ovog projektiranja je uspostaviti jedinstvenu razmjernu da dužine svih lukova Zemljine lopte koja se projektira, bez razlike imaju istu vrijednost sa dužinama njihovih projekcija na horizontalnoj ravni.



Slika 13. Centralna projekcija na manju projekcionu ravan

Moglo bi se odmah reći, da taj zahtjev nije teško ispuniti, kad su u pitanju manje površi ali je zato to veliki problem kod većih površi. U narednom predavanju biće objašnjeno kako je prevaziđen ovaj problem.